

## Verlagerung der Schwerpunkte durch schwenken des Schiffskranes

$$k_{m0} = \frac{I_x}{V_a} + k_{b0} \quad \text{Lage des Metazentrums vom Schiffskiel aus gemessen (Kran nicht geschwenkt)}$$

$$I_x = \int_{-\frac{l_s}{2}}^{\frac{l_s}{2}} \int_{-\frac{b_s}{2}}^{\frac{b_s}{2}} y^2 dy dx \quad I_x = \frac{1}{12} b_s^3 \cdot l_s \quad \text{Flächenträgheitsmoment bezüglich der Schiffs-Längsachse "x"}$$

$$V_a = l_s \cdot b_s \cdot t_s \quad \text{Unterwasser-Volumen}$$

$$F_a = F_{G\_ges} \quad F_a = V_a \cdot \delta_{Fl} \cdot g \quad \text{Auftrieb} \quad F_{G\_ges} = (m_s + m_w) \cdot g \quad \text{gesamte Gewichtskraft des Schiffes mit Krangewicht}$$

$$V_a \cdot \delta_{Fl} \cdot g = (m_s + m_w) \cdot g \quad V_a = \frac{m_s + m_w}{\delta_{Fl}} \quad t_s = \frac{m_s + m_w}{\delta_{Fl} \cdot l_s \cdot b_s} \quad \text{Tiefgang des Schiffes}$$

Schwerpunktlage des Unterwasser-Volumens (Darstellung 0):

$$t_{l0} = t_s \cdot (1 - \sin(\varphi_0)) \quad \text{Linke Wasserlinie}$$

$$t_{r0} = t_s \cdot (1 + \sin(\varphi_0)) \quad \text{Rechte Wasserlinie}$$

$$A_a = t_s \cdot b_s \quad \text{Querschnittsfläche des Auftriebsvolumens}$$

$$y(x) = \frac{t_{r0} - t_{l0}}{b_s} x + t_{l0} \quad \text{Trapezfunktion}$$

$$y_{b0} = \frac{1}{t_s \cdot b_s} \cdot \int_0^{b_s} \int_0^{y(x)} y dy dx \quad y_{b0} = \frac{1}{6} t_s \cdot (\sin(\varphi_0)^2 + 3) \quad \text{Schwerpunkt } y_{b0} \text{ des Auftriebsvolumens gemessen von der Schiffsmittle.}$$

$$k_{b0} = \frac{1}{t_s \cdot b_s} \cdot \int_0^{b_s} \int_0^{y(x)} x dy dx \quad k_{b0} = \frac{1}{6} b_s \cdot (\sin(\varphi_0) + 3) \quad \text{Schwerpunkt } k_{b0} \text{ des Auftriebsvolumens gemessen vom Schiffskiel.}$$

Einsetzen der Größen liefert die Lage des Metazentrums in z-Richtung

$$k_{m0} = \frac{I_x}{V_a} + k_{b0} = \frac{1}{12} \frac{b_s^3 \cdot l_s}{m_s + m_w} + \frac{b_s \cdot (t_{r0}^2 + t_{r0} \cdot t_{l0} + t_{l0}^2)}{6 \cdot A_a} \quad k_{m1} = k_m(\varphi) = \frac{\delta_{Fl} \cdot b_s^3 \cdot l_s}{12 (m_s + m_w)} + \frac{t_s \cdot (\sin(\varphi)^2 + 3)}{6 b_s} \quad \text{(Allgemein für alle } \varphi)$$

$$k_{m0} = \frac{t_s}{2 b_s} + \frac{b_s^3 \cdot l_s \cdot \delta_{Fl}}{12 (m_s + m_w)} \quad \text{Metazentrum für } \varphi = 0^\circ \text{ und } \varphi_s = 0^\circ$$

$$y_{s0} = r - \frac{1}{6} t_s \cdot (\sin(\varphi_0)^2 + 3) \cdot \left(1 - \frac{m_s}{m_w}\right) \quad k_{b0} = \frac{1}{6} b_s \cdot (\sin(\varphi_0) + 3) \quad \text{Koordinaten des Auftriebskörpers}$$

Analog zum allgemeinen Winkel  $\varphi$  ist:

$$y_{s0}(\varphi) = r - \frac{1}{6} t_s \cdot (\sin(\varphi)^2 + 3) \cdot \left(1 - \frac{m_s}{m_w}\right) \quad k_{b0}(\varphi) = \frac{1}{6} b_s \cdot (\sin(\varphi) + 3)$$

$$y_{b1} = \frac{1}{6} t_s \cdot (\sin(\varphi)^2 + 3) \quad \text{Schwerpunkt } y_{b1} \text{ des Auftriebsvolumens gemessen von der Schiffsmittle.}$$

$$k_{b1} = \frac{1}{6} b_s \cdot (\sin(\varphi) + 3) \quad \text{Schwerpunkt } k_{b1} \text{ des Auftriebsvolumens gemessen vom Schiffskiel.}$$

**Neigung des Schiffs um den Winkel  $\varphi$  durch das Kippmoment:**

Es ist:

$$M_k = -m_w \cdot g \cdot \left( \cos(\varphi) \cdot r \cdot \cos(\varphi_s) + \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} + z_{s1} \right) \right) \quad \text{Kippmoment um den Winkel } \varphi \text{ erzeugt durch den Kran}$$

$$\sum M_{S1} = 0 \quad F_a \cdot \cos(\varphi) \cdot (y_{b1} - y_{s1}) - F_a \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( \frac{h_s}{2} - z_{s1} - k_{b1} \right) + F_g \cdot \cos(\varphi) \cdot y_{s1} - F_g \cdot \sin(\varphi) \cdot z_{s1} + M_k = 0$$

**Momentengleichung ausgewertet:**

$$g \cdot \sin(\varphi) \cdot (m_s + m_w) \cdot \left( z_{s1} - \frac{h_s}{2} + \frac{b_s \cdot (\sin(\varphi) + 3)}{6} \right) - m_w \cdot g \cdot \left( \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} + z_{s1} \right) + r \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\varphi_s) \right) \downarrow = 0 \quad (I)$$

$$- g \cdot \cos(\varphi) \cdot (m_s + m_w) \cdot \left( y_{s1} - \frac{(m_s + m_w) \cdot (\sin(\varphi)^2 + 3)}{6 \cdot b_s \cdot l_s \cdot \delta_{Fl}} \right) + m_s \cdot y_{s1} \cdot g \cdot \cos(\varphi) - m_s \cdot z_{s1} \cdot g \cdot \sin(\varphi)$$

Es fehlen jetzt noch die Variablen  $y_{s1}$  und  $z_{s1}$  (Schwerpunkt)

**Schwerpunktsermittlung der Anordnung im geschwenktem Zustand:**

$$F_g \cdot \cos(\varphi) \cdot y_{s1} - F_g \cdot \sin(\varphi) \cdot z_{s1} - F_w \cdot \cos(\varphi) \cdot (r \cdot \cos(\varphi_s) - y_{s1}) - F_w \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{1}{2} h_s + z_{s1} \right) = 0$$

auflösen nach  $y_{s1}$ :

$$y_{s1} = \frac{F_g \cdot z_{s1} \cdot \sin(\varphi) + F_w \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} + z_{s1} \right) + F_w \cdot r \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\varphi_s)}{F_g \cdot \cos(\varphi) + F_w \cdot \cos(\varphi)} \quad (II)$$

(II) in (I) eingesetzt ergibt (III)

$$z_{s1}(\varphi) = \frac{m_w \cdot g \cdot \left( \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} \right) + r \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\varphi_s) \right) + g \cdot \cos(\varphi) \cdot (m_s + m_w) \cdot \left( \frac{m_w \cdot g \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} \right) + m_w \cdot r \cdot g \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\varphi_s)}{m_s \cdot g \cdot \cos(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \cos(\varphi)} - (m_s + m_w) \right)}{m_s \cdot g \cdot \sin(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \sin(\varphi) - g \cdot \sin(\varphi) \cdot (m_s + m_w) + \frac{g \cdot \cos(\varphi) \cdot (m_s \cdot g \cdot \cos(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \cos(\varphi))}{m_s \cdot g \cdot \cos(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \cos(\varphi)}}$$

(III) in (II) eingesetzt:

$$y_{s1}(\varphi) = \frac{m_w \cdot g \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} - \frac{m_w \cdot g \cdot \left( \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} \right) + r \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\varphi_s) \right) + g \cdot \cos(\varphi) \cdot (m_s + m_w) \cdot \left( \frac{m_w \cdot g \cdot \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} \right) + m_w \cdot r \cdot g \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\varphi_s)}{m_s \cdot g \cdot \cos(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \cos(\varphi)} - (m_s + m_w) \right)}{m_s \cdot g \cdot \sin(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \sin(\varphi) - g \cdot \sin(\varphi) \cdot (m_s + m_w) + \frac{g \cdot \cos(\varphi) \cdot (m_s \cdot g \cdot \cos(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \cos(\varphi))}{m_s \cdot g \cdot \cos(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \cos(\varphi)}} \right)}{m_s \cdot g \cdot \sin(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \sin(\varphi) - g \cdot \sin(\varphi) \cdot (m_s + m_w) + \frac{g \cdot \cos(\varphi) \cdot (m_s \cdot g \cdot \cos(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \cos(\varphi))}{m_s \cdot g \cdot \cos(\varphi) + m_w \cdot g \cdot \cos(\varphi)}}$$

Die exakten Formeln sind sehr komplex und hängen immer noch von dem Unbekannten wahren Neigungswinkel  $\varphi$  ab. Daher ist eine exakte Lösung so nicht möglich und praktikabel.

## Zusammenfassung der Ergebnisse:

$$M_k = -m_w \cdot g \cdot \left( \cos(\varphi) \cdot r \cdot \cos(\varphi_s) + \sin(\varphi) \cdot \left( h_0 + \frac{h_s}{2} + z_{s1} \right) \right)$$

Kippmoment um den Winkel  $\varphi$  erzeugt durch den Kran

$$y_b(\varphi) = \frac{1}{6} t_s \cdot (\sin(\varphi)^2 + 3)$$

Schwerpunkt  $y_{b1}$  des Auftriebsvolumens gemessen von der Schiffsmitte.

$$k_b(\varphi) = \frac{1}{6} b_s \cdot (\sin(\varphi) + 3)$$

Schwerpunkt  $k_{b1}$  des Auftriebsvolumens gemessen vom Schiffskiel.

$$t_s = \frac{m_s + m_w}{\delta_{Fl} \cdot l_s \cdot b_s}$$

Tiefgang des Schiffs bei 0 ° Neigung

Schwerpunktlage des Unterwasser-Volumens (Auftriebsvolumen) :

$$t_l(\varphi) = t_s \cdot (1 - \sin(\varphi))$$

Linke Wasserlinie

$$t_r(\varphi) = t_s \cdot (1 + \sin(\varphi))$$

Rechte Wasserlinie

Die verwendeten Variablen:

$l_s$  Schiffslänge

$b_s$  Schiffsbreite

$h_s$  Schiffshöhe

$k_m$  Lage des Metazentrums vom Kiel aus gemessen

$t_s$  Tiefgang des Schiffes

$t_l$  Wasserlinie links des Auftriebsvolumens vom Schiff

$t_r$  Wasserlinie rechts des Auftriebsvolumens vom Schiff

$k_b$  Schwerpunkt des Auftriebsvolumens gemessen vom Kiel.

$y_b$  Schwerpunkt des Auftriebsvolumens gemessen von der Schiffsmitte.

$z_s$  Schwerpunkt in z-Richtung des Schiffes mit Kran

$y_s$  Schwerpunkt in y-Richtung des Schiffes mit Kran

$\delta_w$  Dichte von Meerwasser

$m_s$  Schiffsmasse

$m_w$  Kranlast