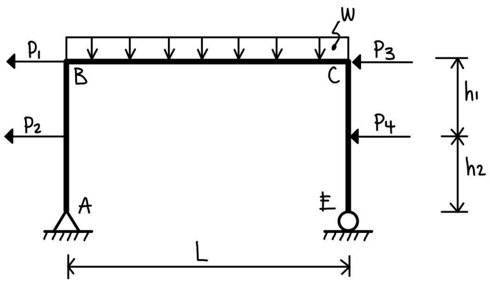
À l'aide de la méthode de la charge unité, déterminez ;
- Le déplacement horizontal, vertical et la rotation du point C
- Le déplacement horizontal, vertical et la rotation du point B
- Le déplacement horizontal et la rotation du point E

Discutez des résultats. Est-ce qu'utiliser une autre méthode telle que la double intégration, ou le moment des aires aurait été intéressant dans ces circonstances ?



$w := 17 \ \frac{kN}{m}$ $\quad P_1 := 2 \ kN$

$L := 15 \ m$ $\quad P_2 := 4 \ kN$

$h_1 := 2 \ m$ $\quad P_3 := 2.6 \ kN$

$h_2 := 2 \ m$ $\quad P_4 := 5.2 \ kN$

Propriétés

$E := 200000 \ MPa$

$b := 200 \ mm$

$h := 400 \ mm$

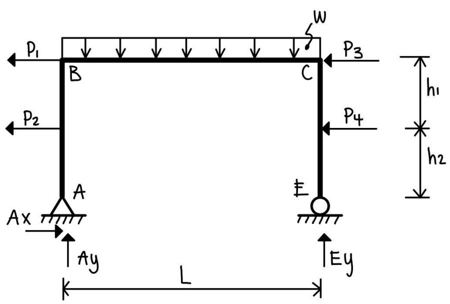
$I := \frac{b \cdot h^3}{12} = \left(1.07 \cdot 10^9\right) \ mm^4$

$A := b \cdot h = 0.08 \ m^2$

$AE := A \cdot E = \left(1.6 \cdot 10^7\right) \ kN$

$EI := E \cdot I = \left(2.13 \cdot 10^5\right) \ kN \cdot m^2$

1. Déterminer les réactions des charges réelles



$\sum F_x = 0$

$\sum F_y = 0$

$\sum M_A = 0$

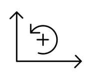
1.1 Somme des forces en X

$$\sum F_x = -P_1 - P_2 - P_3 - P_4 + A_x = 0$$

$$A_x := P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

$$A_x = 13.8 \ kN$$

1.2 Somme des moments au point A.



$$\sum M_A = -\left(w \cdot L \cdot \left(\frac{L}{2}\right)\right) + \left(P_1 \cdot \left(h_1 + h_2\right)\right) + \left(P_2 \cdot h_2\right) + \left(P_3 \cdot \left(h_1 + h_2\right)\right) + \left(P_4 \cdot h_2\right) + \left(L \cdot E_y\right) = 0$$

$$E_y := \mathbf{root}\left(-\left(w \cdot L \cdot \left(\frac{L}{2}\right)\right) + \left(P_1 \cdot \left(h_1 + h_2\right)\right) + \left(P_2 \cdot h_2\right) + \left(P_3 \cdot \left(h_1 + h_2\right)\right) + \left(P_4 \cdot h_2\right) + \left(L \cdot E_y\right), E_y, 0 \ kN, 1000 \ kN\right)$$

$$E_y = 125.05 \ kN$$

1.3 Somme des forces en Y

$$\sum F_y = -\left(w \cdot L\right) + E_y + A_y = 0$$

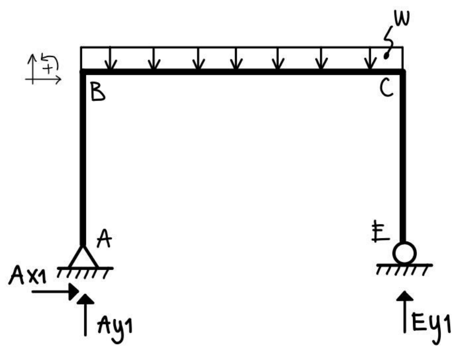
$$A_y := \left(w \cdot L\right) - E_y$$

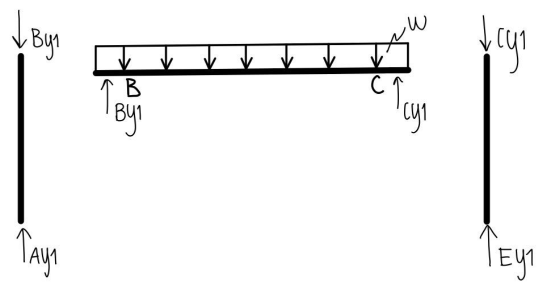
$$A_y = 129.95 \ kN$$

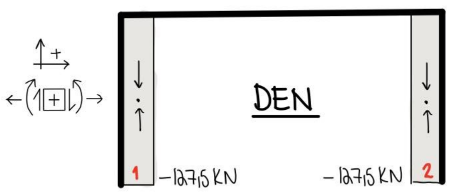
2. Tracer les DEN et DMF

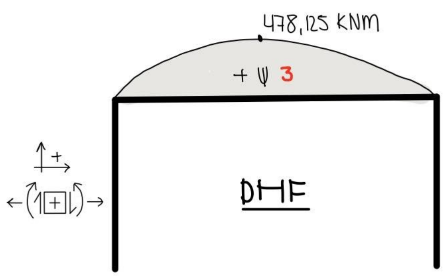
2.1 Séparer en deux actions

2.1.1 Charge uniformément répartie uniquement









$$\sum M_A = -\left(w \cdot L \cdot \left(\frac{L}{2}\right)\right) + \left(L \cdot E_{y1}\right) = 0$$

$$E_{y1} := w \cdot \left(\frac{L}{2}\right)$$

$$E_{y1} = 127.5\ kN$$

$$\sum F_y = A_{y1} + E_{y1} - (w \cdot L) = 0$$

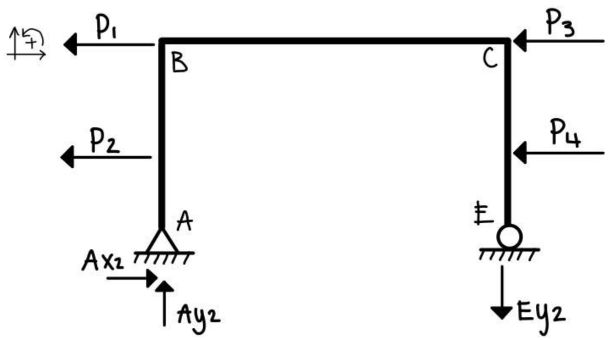
$$A_{y1} := (w \cdot L) - E_{y1}$$

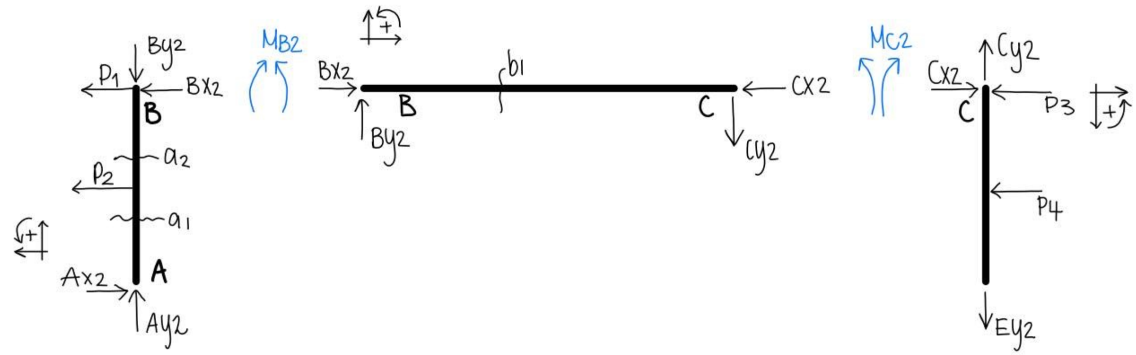
$$A_{y1} = 127.5\ kN$$

$$M_{max1}(L) := \frac{w \cdot L^2}{8}$$

$$M_{max1}(15\ m) = 478.125\ kN \cdot m$$

2.1.2 Forces horizontales uniquement

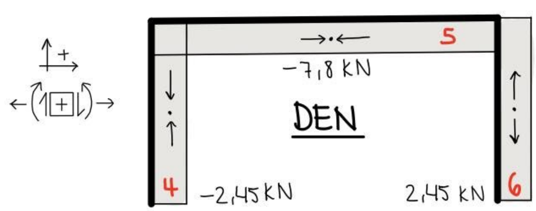




$$\sum M_A = (P_1 \cdot (h_1+h_2)) + (P_2 \cdot h_2) + (P_3 \cdot (h_1+h_2)) + (P_4 \cdot h_2) + (L \cdot E_y) = 0$$

$$E_{y2} := \text{root}\left(\left(P_1 \cdot (h_1+h_2)\right) + (P_2 \cdot h_2) + (P_3 \cdot (h_1+h_2)) + (P_4 \cdot h_2) - (L \cdot E_{y2}), E_{y2}, 0\ kN, 1000\ kN\right)$$

$$C_{y2} := E_{y2} = 2.45\ kN$$



$$\sum F_y = A_{y2} - E_{y2} = 0$$

$$A_{y2} := E_{y2}$$

$$B_{y2} := A_{y2} = 2.45\ kN$$

$$\sum F_x = A_{x2} - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 = 0$$

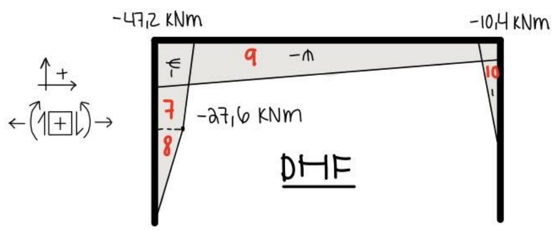
$$A_{x2} := P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

$$A_{x2} = 13.8\ kN$$

$$\sum F_x = -A_{x2} + P_1 + P_2 + B_{x2} = 0$$

$$B_{x2} := A_{x2} - P_1 - P_2$$

$$C_{x2} := B_{x2} = 7.8\ kN$$



$$\sum M_{C2} = -P_4 \cdot h_1 + M_c = 0$$

$$M_{c2} := P_4 \cdot h_1$$

$$M_{c2} = 10.4\ kN \cdot m$$

Calcul de v(x) et M(x) branche AB

Coupe a1 :

$$\sum F_y = -A_{x2} - V_{a1}(x) = 0$$

$$V_{a1}(x) := -A_{x2}$$

$$M_{a1}(x) := \int_0^x V_{a1}(x)\,\mathrm{d}x$$

$$M_{a1}(h_1) = -27.6\ kN \cdot m$$

Coupe a2 :

$$\sum F_y = -A_{x2} + P_2 - V_{a2}(x) = 0$$

$$V_{a2}(x) := -A_{x2} + P_2$$

$$M_{a2}(x) := \int_0^x V_{a2}(x)\,\mathrm{d}x + M_{a1}(h_1)$$

$$M_{a2}(h_2) = -47.2\ kN \cdot m$$

Calcul de v(x) et M(x) branche BC

Coupe b1 :

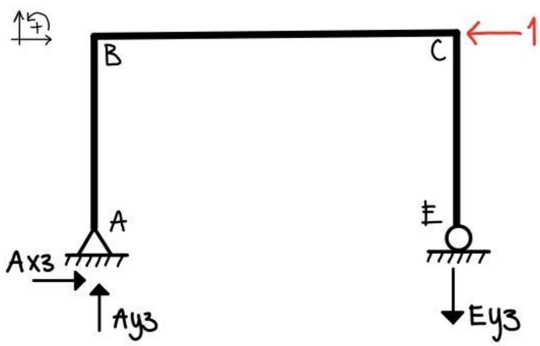
$$\sum F_y = B_{y2} - V_{b1}(x) = 0$$

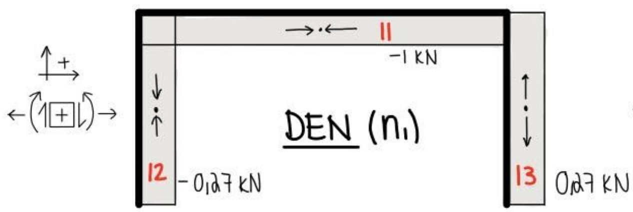
$$V_{b1}(x) := B_{y2}$$

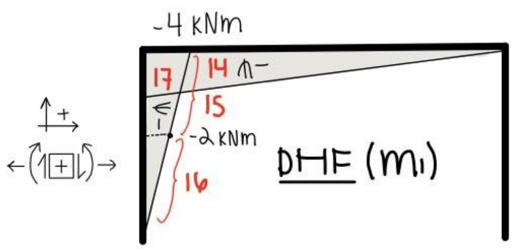
$$M_{b1}(x) := \int_0^x V_{b1}(x)\,\mathrm{d}x + M_{a2}(h_2)$$

$$M_{b1}(L) = -10.4\ kN \cdot m$$

2.1.3 Charge unitaire horizontale en C (u_c)







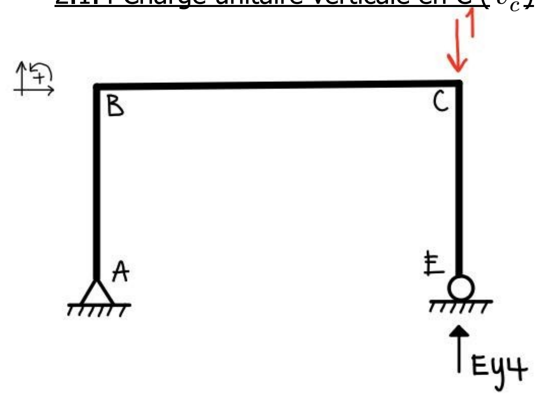
$A_{x3} := 1\ kN$

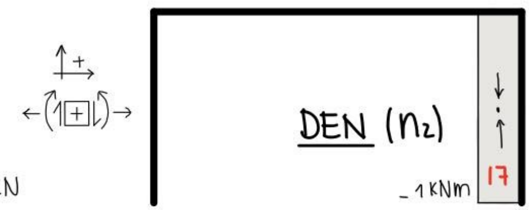
$\sum M_{A3} = 1\ kN \cdot (h_1 + h_2) - L \cdot E_{y3} = 0$

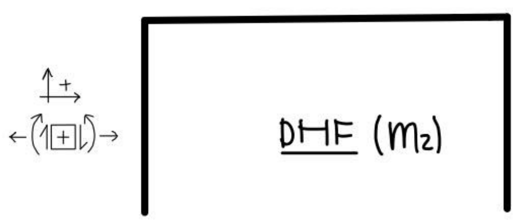
$E_{y3} := 1\ kN \cdot \frac{(h_1 + h_2)}{L}$

$A_{y3} := E_{y3} = 0.27\ kN$

2.1.4 Charge unitaire verticale en C (v_c)







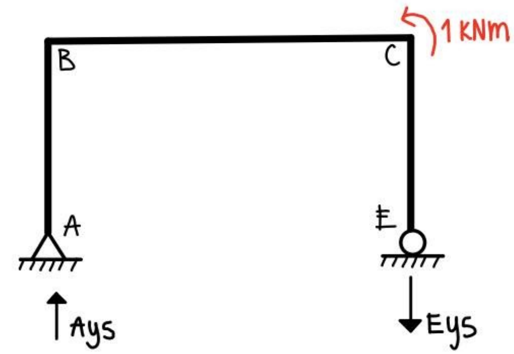
$E_{y4} := 1\ kN \cdot m$

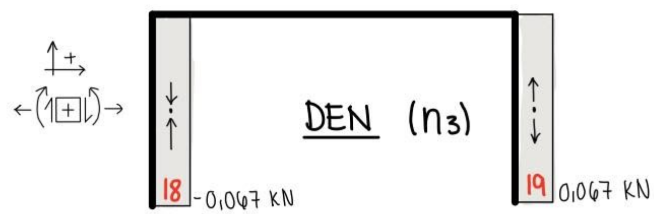
$\sum M_{B3} = A_{x3} \cdot (h_1 + h_2) + M_{B3} = 0$

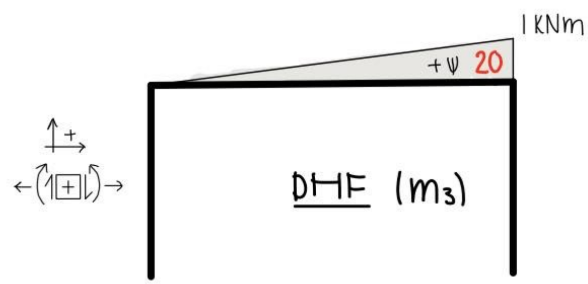
$M_{B3} := -A_{x3} \cdot (h_1 + h_2)$

$M_{B3} = -4\ kN \cdot m$

2.1.5 Moment unitaire C (Θ_c)





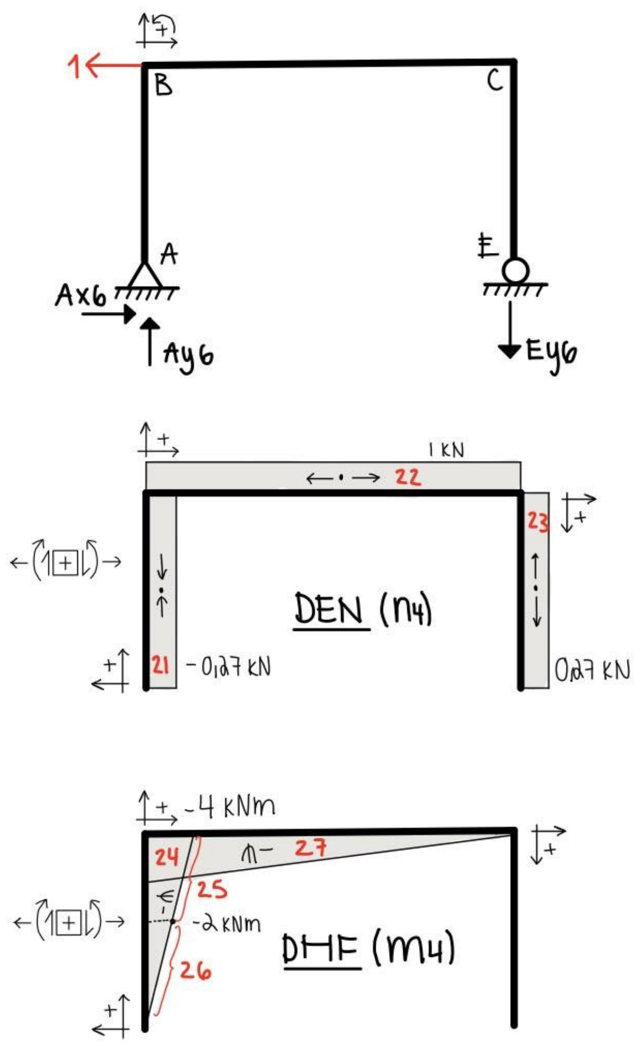


$\sum M_{A5} = -E_{y5} \cdot (L) + 1\ kN \cdot m = 0$

$E_{y5} := \frac{1\ kN \cdot m}{L}$

$A_{y5} := E_{y5} = 0.067\ kN$

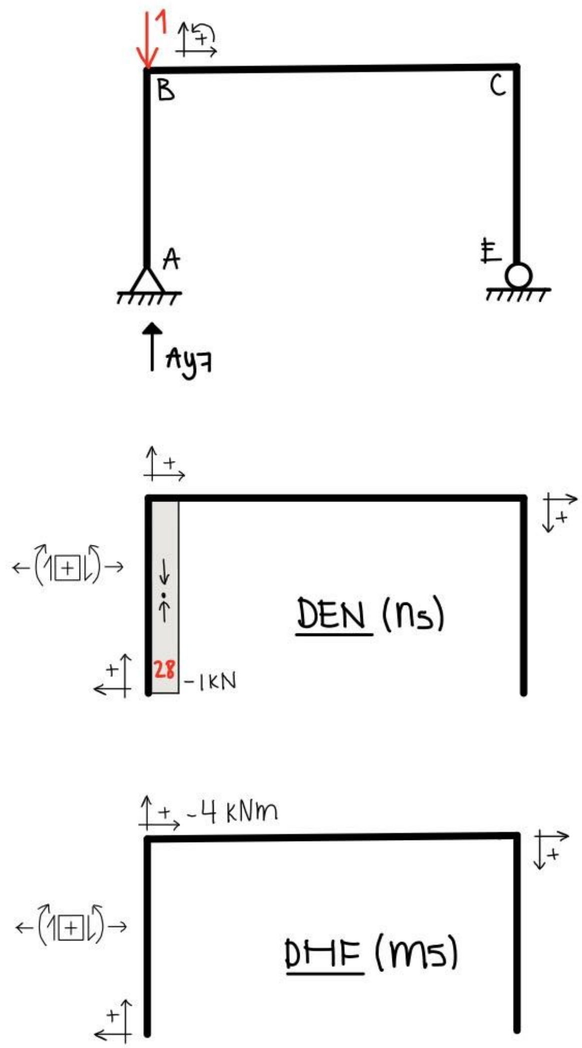
2.1.6 Charge unitaire horizontale en B (u_b)



$$A_{x6} := 1\ kN \qquad A_{y6} := \frac{1\ kN \cdot (h_1 + h_2)}{L}$$

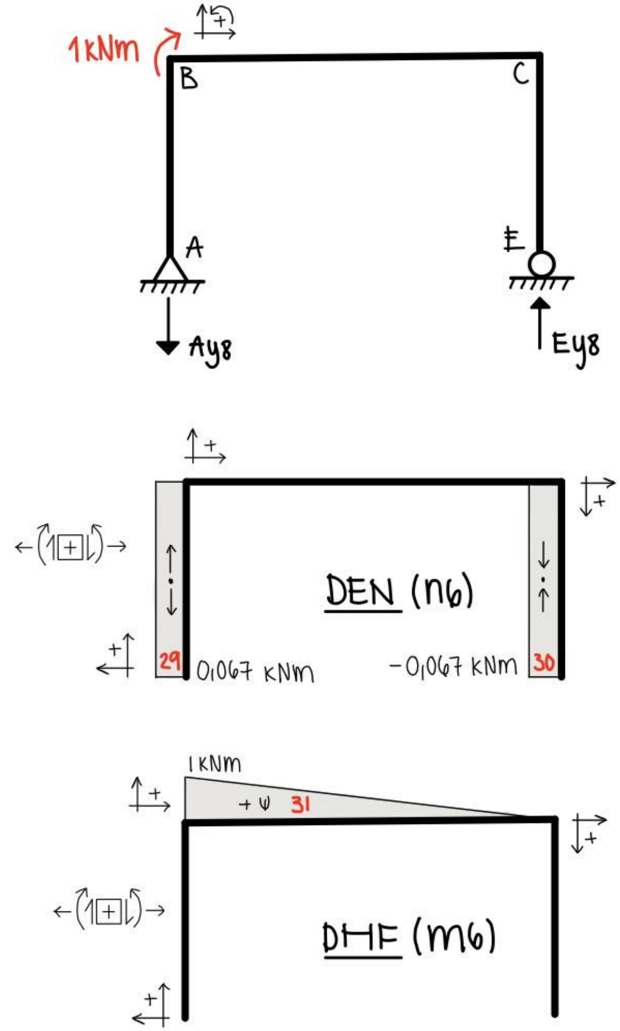
$$E_{y6} := A_{y6} = 0.27\ kN$$

2.1.7 Charge unitaire verticale en B (v_b)



$$A_{y7} := 1\ kN$$

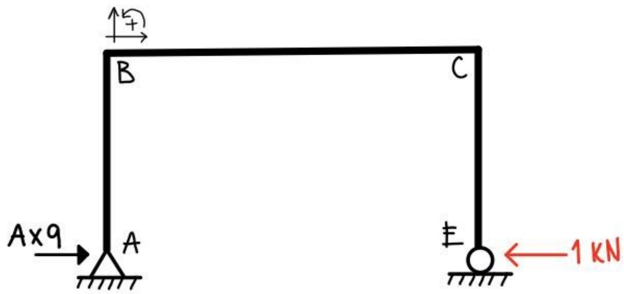
2.1.8 Moment unitaire en B (Θ_b)

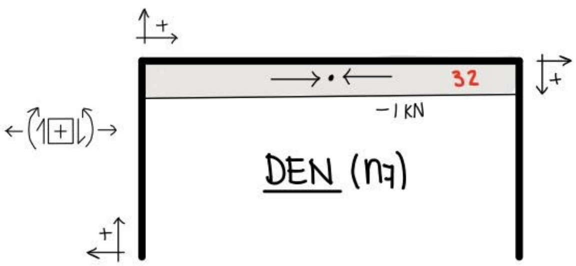


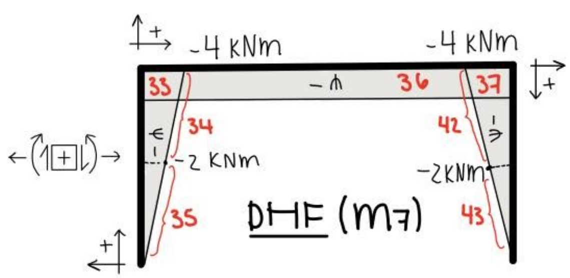
$$E_{y8} := \frac{1\ kN \cdot m}{L}$$

$$A_{y8} := E_{y8} = 0.067\ kN$$

2.1.9 Charge unitaire horizontale en E (u_e)

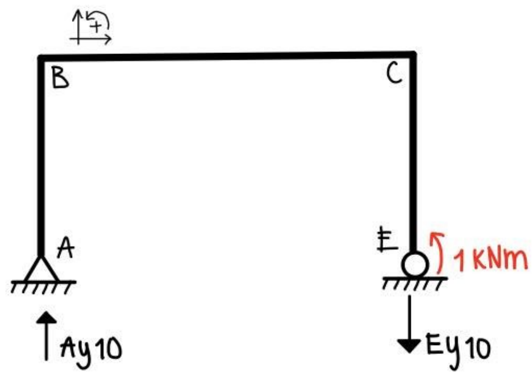


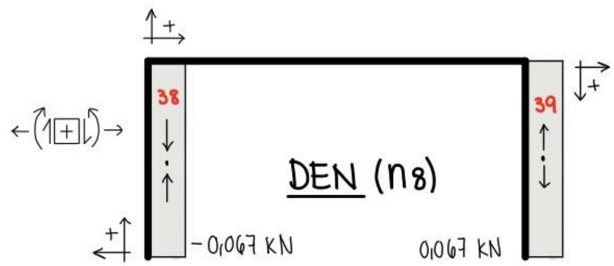


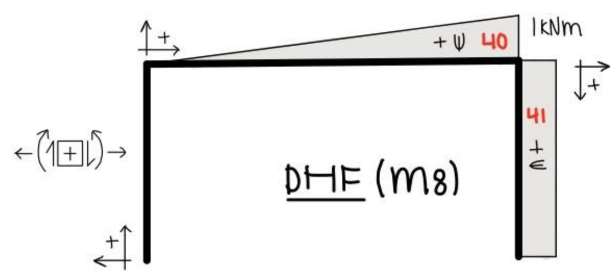


$A_{x9} := 1\ kN$

2.1.10 Moment unitaire en E (Θ_e)







$$E_{y10} := \frac{1\ kN \cdot m}{L}$$

$$A_{y10} := E_{y10} = 0.067\ kN$$

3. Calcul du déplacement horizontal du point C (u_c)

$$u_c=\int \frac{m_1 \cdot M}{E \cdot I}\,\mathrm{d}x+\int \frac{n_1 \cdot N}{A \cdot E}\,\mathrm{d}x$$

$$u_c=\frac{1}{E \cdot I}\left((0 \cdot 17)+(3 \cdot 14)+(7 \cdot 15)+(8 \cdot 16)+(9 \cdot 14)+(10 \cdot 0)\right)+\frac{1}{A \cdot E}\left((1 \cdot 12)+(0 \cdot 11)+(2 \cdot 13)+(4 \cdot 12)+(5 \cdot 11)+(6 \cdot 13)\right)$$

$$u_c=\frac{1}{E \cdot I}\left(\left(\frac{1}{3} \cdot Lad\right)+\left(\frac{L}{6} \cdot (2\ ac+ad+2\ bd+bc)\right)+\left(\frac{1}{3} \cdot Lbd\right)+\left(\frac{Lb}{6} \cdot (c+2\ d)\right)\right)+\frac{1}{A \cdot E}\left((c_1 \cdot c_2 \cdot L)+(c_1 \cdot c_2 \cdot L)+(c_1 \cdot c_2 \cdot L)+(c_1 \cdot c_2 \cdot L)+(c_1 \cdot c_2 \cdot L)\right)$$

$$u_c:=\frac{1}{EI}\left(\left(\frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 478.125 \cdot -4\right)+\left(\frac{2}{6} \cdot \left((2 \cdot -27.6 \cdot -2)+(-27.6 \cdot -4)+(2 \cdot -47.2 \cdot -4)+(-47.2 \cdot -2)\right)\right)+\left(\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot -27.6 \cdot -2\right)+\left(\frac{15 \cdot -4}{6} \cdot (-10.4+(2 \cdot -47.2))\right)\right)\ kN \cdot m^3$$
$$+\frac{1}{AE}\left((4 \cdot -127.5 \cdot -0.27)+(4 \cdot -127.5 \cdot 0.27)+(4 \cdot -2.45 \cdot -0.27)+(15 \cdot -7.8 \cdot -1)+(4 \cdot 2.45 \cdot 0.27)\right)\ kN \cdot m$$

$u_c=-0.039\ m$

$u_c=-38.65\ mm$

* Le signe négatif signifie que le déplacement sera dans le sens opposé à l'hypothèse faite en 2.1.3 qui était vers la gauche. **Alors le déplacement sera vers la droite.**

Puisque le sens de déplacement est contre-intuitif, vérifions indépendamment l'effet de la charge répartie et des forces P. L'addition des deux déplacements devrait nous donner le même résultat.

3.1 Calcul du déplacement horizontal du point C avec charge répartie uniquement (u_c)

$$u_{c1}=\int \frac{m_1 \cdot M}{E \cdot I}\,\mathrm{d}x+\int \frac{n_1 \cdot N}{A \cdot E}\,\mathrm{d}x$$

$$u_{c1}=\frac{1}{E \cdot I}\left((0 \cdot 17)+(3 \cdot 14)\right)+\frac{1}{A \cdot E}\left((1 \cdot 12)+(0 \cdot 11)+(2 \cdot 13)\right)$$

$$u_{c1}=\frac{1}{E \cdot I}\left(\frac{1}{3} \cdot Lad\right)+\frac{1}{A \cdot E}\left((c_1 \cdot c_2 \cdot L)+(c_1 \cdot c_2 \cdot L)\right)$$

$$u_{c1} := \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{3}\cdot 15\cdot 478.125\cdot -4\right) kN\cdot m^3 + \frac{1}{AE}\left((4\cdot -127.5\cdot -0.27)+(4\cdot -127.5\cdot 0.27)\right) kN\cdot m$$

$u_{c1} = -0.04\ m$

$u_{c1} = -44.82\ mm$

3.2 Calcul du déplacement horizontal du point C avec force P uniquement (u_c)

$$u_{c2} = \int \frac{m_1\cdot M}{E\cdot I}\,\mathrm{d}x + \int \frac{n_1\cdot N}{A\cdot E}\,\mathrm{d}x$$

$$u_{c2} = \frac{1}{E\cdot I}\left((7\cdot 15)+(8\cdot 16)+(9\cdot 14)+(10\cdot 0)\right)+\frac{1}{A\cdot E}\left((4\cdot 12)+(5\cdot 11)+(6\cdot 13)\right)$$

$$u_{c2} = \frac{1}{E\cdot I}\left(\left(\frac{L}{6}\cdot(2\ ac+ad+2\ bd+bc)\right)+\left(\frac{1}{3}\cdot Lbd\right)+\left(\frac{Lb}{6}\cdot(c+2\ d)\right)\right)+\frac{1}{A\cdot E}\left((c_1\cdot c_2\cdot L)+(c_1\cdot c_2\cdot L)+(c_1\cdot c_2\cdot L)\right)$$

$$u_{c2} := \frac{1}{EI}\left(\left(\frac{2}{6}\cdot\left((2\cdot -27.6\cdot -2)+(-27.6\cdot -4)+(2\cdot -47.2\cdot -4)+(-47.2\cdot -2)\right)\right)+\left(\frac{1}{3}\cdot 2\cdot -27.6\cdot -2\right)+\left(\frac{15\cdot -4}{6}\cdot(-10.4+(2\cdot -47.2))\right)\right) kN\cdot m^3$$
$$+\frac{1}{AE}\left((4\cdot -2.45\cdot -0.27)+(15\cdot -7.8\cdot -1)+(4\cdot 2.45\cdot 0.27)\right) kN\cdot m$$

$u_{c2} = 0.01\ m$

$u_{c2} = 6.18\ mm$

3.4 Somme des déplacements (u_c)

$u_c := u_{c1} + u_{c2} = -38.65\ mm$

Le résultat est bien le même qui celui trouvé à l'étape 3.1. La charge uniformément répartie engendre un déplacement beaucoup plus important que les forces P. Alors, le déplacement global ne suit pas le sens des forces P, mais de celui de la charge répartie.

4. Calcul du déplacement vertical du point C (v_c)

$$v_c=\int \frac{m_2 \cdot M}{E \cdot I} \mathrm{d}x+\int \frac{n_2 \cdot N}{A \cdot E} \mathrm{d}x$$

$$v_c=\frac{1}{E \cdot I}\left((3 \cdot 0)+(7 \cdot 0)+(8 \cdot 0)+(9 \cdot 0)+(10 \cdot 0)\right)+\frac{1}{A \cdot E}\left((1 \cdot 0)+(2 \cdot 17)+(4 \cdot 0)+(5 \cdot 0)+(6 \cdot 17)\right)$$

$$v_c=\frac{1}{E \cdot I}(0)+\frac{1}{A \cdot E}\left(\left(c_1 \cdot c_2 \cdot L\right)+\left(c_1 \cdot c_2 \cdot L\right)\right)$$

$$v_c:=\frac{1}{EI}(0)\ kN \cdot m^3+\frac{1}{AE}\left((-127.5 \cdot -1 \cdot 4)+(2.45 \cdot -1 \cdot 4)\right)\ kN \cdot m$$

$v_c=0.00003\ m$

$v_c=0.03\ mm$

*Le déplacement vertical est presque nul. Il y a uniquement l'effort axial qui influence le résultat, et ce, très faiblement. Alors, il serait juste de négliger ce déplacement.

5. Calcul de la rotation au point C (Θ_c)

$$\Theta_c=\int \frac{m_3 \cdot M}{E \cdot I} \mathrm{d}x+\int \frac{n_3 \cdot N}{A \cdot E} \mathrm{d}x$$

$$\Theta_c=\frac{1}{E \cdot I}\left((3 \cdot 20)+(7 \cdot 0)+(8 \cdot 0)+(9 \cdot 20)+(10 \cdot 0)\right)+\frac{1}{A \cdot E}\left((1 \cdot 18)+(2 \cdot 19)+(4 \cdot 18)+(5 \cdot 0)+(6 \cdot 19)\right)$$

$$\Theta_c=\frac{1}{EI}\left(\left(\frac{1}{3} \cdot Lad\right)+\left(\frac{Lb}{6} \cdot (c+2\ d)\right)\right)+\frac{1}{AE}\left(\left(c_1 \cdot c_2 \cdot L\right)+\left(c_1 \cdot c_2 \cdot L\right)\right)$$

$$\Theta_c:=\frac{1}{2.13 \cdot 10^5}\left(\left(\frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 478.125 \cdot 1\right)+\left(\frac{15 \cdot 1}{6} \cdot (-10.4+(2 \cdot -47.2))\right)\right) +\frac{1}{1.6 \cdot 10^7}\left((4 \cdot -127.5 \cdot -0.067)+(4 \cdot -127.5 \cdot 0.067)+(4 \cdot -2.45 \cdot -0.067)+(4 \cdot 2.45 \cdot 0.067)\right)$$

$\Theta_c=0.01\ rad$ $\Theta_c=0.57\ deg$ ***La rotation se produit dans le sens antihoraire.**

6. Calcul du déplacement horizontal du point B (u_b)

$$u_b = \int \frac{m_4 \cdot M}{E \cdot I} \mathrm{d}x + \int \frac{n_4 \cdot N}{A \cdot E} \mathrm{d}x$$

$$u_b = \frac{1}{E \cdot I} \left((0 \cdot 24) + (3 \cdot 27) + (7 \cdot 25) + (8 \cdot 26) + (9 \cdot 27) + (10 \cdot 0) \right) + \frac{1}{A \cdot E} \left((1 \cdot 21) + (0 \cdot 22) + (2 \cdot 23) + (4 \cdot 21) + (4 \cdot 22) + (6 \cdot 23) \right)$$

$$u_b = \frac{1}{E \cdot I} \left(\left(\frac{1}{3} \cdot Lad \right) + \left(\frac{L}{6} \cdot (2\ ac + ad + 2\ bd + bc) \right) + \left(\frac{1}{3} \cdot Lbd \right) + \left(\frac{Lb}{6} \cdot (c + 2\ d) \right) \right) + \frac{1}{A \cdot E} \left((c_1 \cdot c_2 \cdot L) + (c_1 \cdot c_2 \cdot L) + (c_1 \cdot c_2 \cdot L) + (c_1 \cdot c_2 \cdot L) + (c_1 \cdot c_2 \cdot L) \right)$$

$$u_b := \frac{1}{EI} \left(\left(\frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 478.125 \cdot -4 \right) + \left(\frac{2}{6} \cdot \left((2 \cdot -27.6 \cdot -2) + (-27.6 \cdot -4) + (2 \cdot -47.2 \cdot -4) + (-47.2 \cdot -2) \right) \right) + \left(\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot -27.6 \cdot -2 \right) + \left(\frac{15 \cdot -4}{6} \cdot (-10.4 + (2 \cdot -47.2)) \right) \right) kN \cdot m^3 + \frac{1}{AE} \left((4 \cdot -127.5 \cdot -0.27) + (4 \cdot -127.5 \cdot 0.27) + (4 \cdot -2.45 \cdot -0.27) + (15 \cdot -7.8 \cdot 1) + (4 \cdot 2.45 \cdot 0.27) \right) kN \cdot m$$

$u_b = -0.04\ m$

$u_b = -38.66\ mm$

* Il y a 0.01 mm de différence entre le déplacement horizontal du point B et du point C. Il s'agit du petit effort axial de 1kN de sens opposés qui influence ce résultat (voir les DEN 11 et 22). Considérant cette infime différence, il est possible d'affirmer que le déplacement horizontal de B et C sont égaux. **Le déplacement sera vers la droite.**

7. Calcul du déplacement vertical du point B (v_b)

$$v_b = \int \frac{m_5 \cdot M}{E \cdot I} \mathrm{d}x + \int \frac{n_5 \cdot N}{A \cdot E} \mathrm{d}x$$

$$v_b = \frac{1}{E \cdot I} \left((3 \cdot 0) + (7 \cdot 0) + (8 \cdot 0) + (9 \cdot 0) + (10 \cdot 0) \right) + \frac{1}{A \cdot E} \left((1 \cdot 28) + (2 \cdot 0) + (4 \cdot 28) + (5 \cdot 0) + (6 \cdot 0) \right)$$

$$v_b = \frac{1}{E \cdot I} (0) + \frac{1}{A \cdot E} \left((c_1 \cdot c_2 \cdot L) + (c_1 \cdot c_2 \cdot L) \right)$$

$$v_b := \frac{1}{EI} (0)\ kN \cdot m^3 + \frac{1}{AE} ((-127.5 \cdot -1 \cdot 4) + (-0.27 \cdot -1 \cdot 4))\ kN \cdot m$$

$v_b = 0.00003\ m$ * Le déplacement vertical du point B est égal à celui du point C. Il est aussi possible de négliger puisque sa valeur est très faible.

$v_b = 0.03\ mm$

8. Calcul de la rotation au point B (Θ_b)

$$\Theta_b = \int \frac{m_6 \cdot M}{E \cdot I} \mathrm{d}x + \int \frac{n_6 \cdot N}{A \cdot E} \mathrm{d}x$$

$$\Theta_b = \frac{1}{E \cdot I} ((3 \cdot 31) + (7 \cdot 0) + (8 \cdot 0) + (9 \cdot 31) + (10 \cdot 0)) + \frac{1}{A \cdot E} ((1 \cdot 29) + (2 \cdot 30) + (4 \cdot 29) + (5 \cdot 0) + (6 \cdot 30))$$

$$\Theta_b = \frac{1}{E \cdot I} \left(\left(\frac{1}{3} \cdot Lad \right) + \left(\frac{Lb}{6} \cdot (c + 2\ d) \right) \right) + \frac{1}{A \cdot E} ((c_1 \cdot c_2 \cdot L) + (c_1 \cdot c_2 \cdot L))$$

$$\Theta_b := \frac{1}{2.13 \cdot 10^5} \left(\left(\frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 478.125 \cdot 1 \right) + \left(\frac{15 \cdot 1}{6} \cdot (-10.4 + (2 \cdot -47.2)) \right) \right) + \frac{1}{1.6 \cdot 10^7} ((-127.5 \cdot 0.067 \cdot 4) + (-127.5 \cdot -0.067 \cdot 4) + (-2.45 \cdot 0.067 \cdot 4) + (2.45 \cdot -0.067 \cdot 4))$$

$\Theta_b = 0.01\ rad$

$\Theta_b = 0.57\ deg$ * La rotation du point B est égale à celle du point C **La rotation se produit dans le sens horaire**

9. Calcul du déplacement horizontal du point E (u_e)

$$u_e = \int \frac{m_7 \cdot M}{E \cdot I} \mathrm{d}x + \int \frac{n_7 \cdot N}{A \cdot E} \mathrm{d}x$$

$$u_e=\frac{1}{E\cdot I}\left((0\cdot 33)+(3\cdot 36)+(7\cdot 34)+(8\cdot 35)+(9\cdot 36)+(10\cdot 42)\right)+\frac{1}{A\cdot E}\left((1\cdot 0)+(0\cdot 32)+(2\cdot 0)+(4\cdot 0)+(5\cdot 32)+(6\cdot 0)\right)$$

$$u_e=\frac{1}{E\cdot I}\left(\left(\frac{2}{3}\cdot Lac\right)+\left(\frac{L}{6}\cdot(2\ ac+ad+2\ bd+bc)\right)+\left(\frac{1}{3}\cdot Lbd\right)+\left(\frac{Lb}{6}\cdot(c+2\ d)\right)+\left(\frac{Ld}{6}\cdot(a+2\ b)\right)\right)+\frac{1}{A\cdot E}\left\langle c_1\cdot c_2\cdot L\right\rangle$$

$$u_e:=\frac{1}{EI}\left(\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\cdot 15\cdot 478.125\cdot -4\right)+\left(\frac{2}{6}\cdot\left((2\cdot -27.6\cdot -2)+(-27.6\cdot -4)+(2\cdot -47.2\cdot -4)+(-47.2\cdot -2)\right)\right)\\+\left(\frac{1}{3}\cdot 2\cdot -27.6\cdot -2\right)+\left(\frac{15\cdot -4}{6}\cdot(-10.4+(2\cdot -47.2))\right)+\left(\frac{2\cdot -10.4}{6}\cdot(-.2+2\cdot -4)\right)\end{array}\right)kN\cdot m^3+\frac{1}{AE}(4\cdot -7.8\cdot -1)\ kN\cdot m$$

$u_e=-0.08\ m$

$u_e=-83.35\ mm$ * **Le déplacement sera vers la droite.**

10. Calcul de la rotation au point E (Θ_e)

$$\Theta_e=\int\frac{m_8\cdot M}{E\cdot I}\,\mathrm{d}x+\int\frac{n_8\cdot N}{A\cdot E}\,\mathrm{d}x$$

$$\Theta_e=\frac{1}{E\cdot I}\left((3\cdot 40)+(7\cdot 0)+(8\cdot 0)+(9\cdot 40)+(10\cdot 41)\right)+\frac{1}{A\cdot E}\left((1\cdot 38)+(2\cdot 39)+(4\cdot 38)+(5\cdot 0)+(6\cdot 39)\right)$$

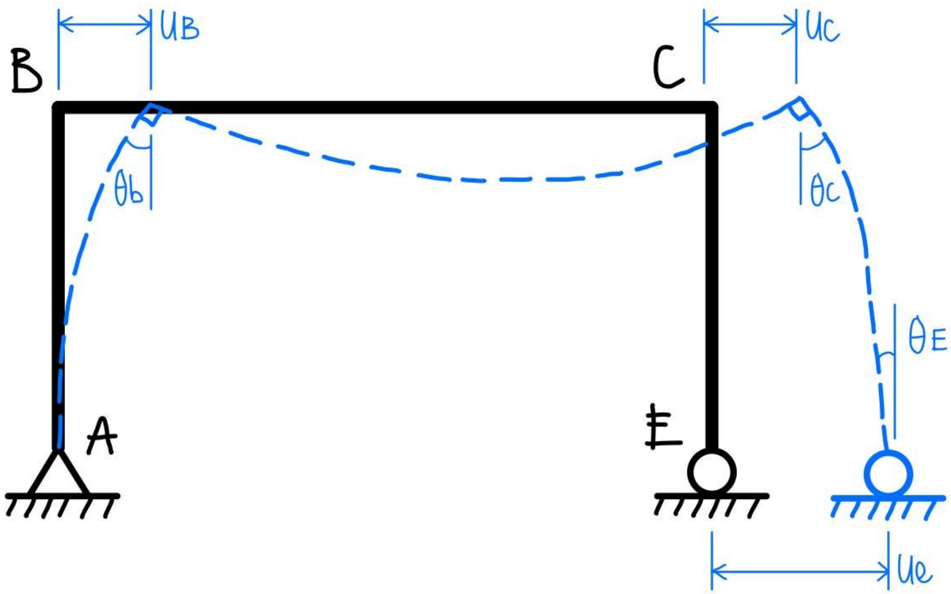
$$\Theta_e=\frac{1}{E\cdot I}\left(\left(\frac{1}{3}\cdot Lad\right)+\left(\frac{Lb}{6}\cdot(c+2\ d)\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot Lac\right)\right)+\frac{1}{A\cdot E}\left(\left\langle c_1\cdot c_2\cdot L\right\rangle+\left\langle c_1\cdot c_2\cdot L\right\rangle+\left\langle c_1\cdot c_2\cdot L\right\rangle+\left\langle c_1\cdot c_2\cdot L\right\rangle\right)$$

$$\Theta_e:=\frac{1}{2.13\cdot 10^5}\left(\left(\frac{1}{3}\cdot 15\cdot 478.125\cdot 1\right)+\left(\frac{15\cdot 1}{6}\cdot(-10.4+(2\cdot -47.2))\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot 2-10.4\cdot 1\right)\right)$$
$$+\frac{1}{1.6\cdot 10^7}\left((-127.5\cdot -0.067\cdot 4)+(-127.5\cdot 0.067\cdot 4)+(-2.45\cdot -0.067\cdot 4)+(2.45\cdot 0.067\cdot 4)\right)$$

$\Theta_e=0.01\ rad$ $\Theta_e=0.57\ deg$

* La rotation du point E est égale à celle du point B et C.
La rotation se produit dans le sens antihoraire.

<u>10. Déformée globale</u>



INTÉGRALES DE MOHR

$f_2(x)$ / $f_1(x)$	c, L	d, L	c, d, L	parabole, c, L
b, L	$\frac{1}{2} Lbc$	$\frac{1}{3} Lbd$	$\frac{Lb}{6}(c+2d)$	$\frac{1}{3} Lbc$
a, L	$\frac{1}{2} Lac$	$\frac{1}{6} Lad$	$\frac{La}{6}(2c+d)$	$\frac{1}{3} Lac$
a, b, L	$\frac{L}{2}(a+b)c$	$\frac{Ld}{6}(a+2b)$	$\frac{L}{6}(2ac+ad+2bd+bc)$	$\frac{Lc}{3}(a+b)$
parabole, a, L	$\frac{2}{3} Lac$	$\frac{1}{3} Lad$	$\frac{La}{3}(c+d)$	$\frac{8}{15} Lac$

<u>11. Discussion</u>

Est-ce que la méthode de la double intégration ou des moments des aires aurait été appropriée pour ce numéro ?

Les résultats montrent que le déplacement horizontal et la rotation de B et C sont égaux. Alors, il aurait été intéressant d'utiliser une de ces deux méthodes en supposant dès le départ que $u_b = u_c$ et $\Theta_b = \Theta_c$.

La double intégration et le moment des aires ne considèrent pas l'effet des charges axiales dans le calcul des déplacements. Dans ce problème, les efforts axiaux ont très peu influencés les résultats et pourraient être considérés comme nuls. C'est pour cette raison que le déplacement vertical du point B et C sont pratiquement égal à zéro. L'hypothèse de départ $v_b = v_c$ =0 pourrait être utilisée.

Finalement, il serait intéressant de réaliser ce problème par les deux autres méthodes afin de comparer les résultats.