Es solle die beiden Drahtseile einer Aufhängung dimensioniert werden.
Gesucht sind:

1. **Die Seilkräfte**
2. **Die elastischen Verlängerungen der beiden Drahtseile**
3. **Die erforderliche Litzenanzahl bei gegebener maximalen Zugspannung (Sicherheitsfaktor mitberücksichtigt)**
4. **Die Absenkung der beiden Aufhängepunkte.**

Gegeben sind:

l_1 (mm)	l_2 (mm)	l_3 (mm)	l_{s10} (mm)	h_{10} (mm)	d (mm)	σ_{z_zul} $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$	E $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$	F_g (kN)
530	2280	3350	1050	1850	1	100	$2.1 \cdot 10^5$	20

Statik

$\sum F_x = 0$ $\quad -F_{s1x} + F_{s2x} = 0$ $\quad F_{s1} = \sqrt{F_{s1x}^2 + F_{s1y}^2}$ $\quad F_{s1}^2 = F_g^2 + F_{s2}^2 - 2\,F_g \cdot F_{s2} \cdot \cos(90° - \varphi_2)$

$\sum F_y = 0$ $\quad -F_g + F_{s1y} + F_{s2y} = 0$ $\quad F_{s2} = \sqrt{F_{s2x}^2 + F_{s2y}^2}$

Geometrische Beziehungen

$l_{s20} := \sqrt{h_{10}^2 + (l_3 - (l_1 + l_{s10}))^2}$ $\quad l_{s20} = 2560.4\ mm$ $\quad l_{s10} = 1050.0\ mm$ $\quad$ **Längen der Seile unbelastet**

$l_{s1} = l_{s10} + \Delta l_1$

$l_{s2} = \sqrt{h_{10}^2 + (l_3 - (l_1 + l_{s10}))^2} + \Delta l_2$

$\tan(\varphi_1) = \dfrac{l_{s1x}}{l_{s1y} + l_2}$ $\quad l_{s1y} + l_2 = h_{11} + l_2 - h_{10}$ $\quad \cos(\varphi_2) = \dfrac{l_3 - (l_{s1x} + l_1)}{l_{s2}}$ $\quad l_3 = l_{s1x} + l_1 + l_{s2} \cdot \cos(\varphi_2)$ $\quad \sin(\varphi_2) = \dfrac{h_{11}}{l_{s2}}$ $\quad l_{s1} = \sqrt{l_{s1x}^2 + l_{s1y}^2}$

$\tan(\alpha_1) = \dfrac{F_{s1y}}{F_{s1x}}$ $\quad \dfrac{\sin(\varphi_1)}{\sin(90° - (\varphi_1 + \alpha_1))} = \dfrac{l_{s1}}{l_2}$

Elastische Dehnungen (Hookesches Gesetz)

$\varepsilon_1 = \dfrac{\Delta l_1}{l_{s10}}$ $\quad \varepsilon_1 = \dfrac{4\,F_{s1}}{n_1 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot E}$ $\quad \dfrac{\Delta l_1}{l_{s10}} = \dfrac{4\,F_{s1}}{n_1 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot E}$ $\quad$ **Seil 1**

$\varepsilon_2 = \dfrac{\Delta l_2}{l_{s20}}$ $\quad \varepsilon_2 = \dfrac{4\,F_{s2}}{n_2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot E}$ $\quad \dfrac{\Delta l_2}{\sqrt{h_{10}^2 + (l_3 - (l_1 + l_{s10}))^2}} = \dfrac{4\,F_{s2}}{n_2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot E}$ $\quad$ **Seil 2**

Lösungsblock: 18 Gleichungen mit 18 Unbekannten

Schätzwerte

$F_{s1x} := 15\ kN \quad F_{s1y} := 15\ kN \quad F_{s2x} := 15\ kN \quad F_{s2y} := 15\ kN \quad F_{s1} := 2\ kN \quad F_{s2} := 15\ kN \quad n_1 := 40 \quad n_2 := 40$

$\Delta l_1 := 1\ mm \quad \Delta l_2 := 1\ mm \quad l_{s1} := 2\ m \quad l_{s2} := 2.56\ m \quad l_{s1x} := 1.05\ m \quad l_{s1y} := 10\ mm \quad h_{11} := 1.85\ m \quad \varphi_1 := 25\ ° \quad \varphi_2 := 45\ ° \quad \alpha_1 := 15.54\ °$

Nebenbedingungen

Statik

$-F_{s1x} + F_{s2x} = 0 \quad F_{s1} = \sqrt{F_{s1x}^2 + F_{s1y}^2} \quad F_{s1}^2 = F_g^2 + F_{s2}^2 - 2\, F_g \cdot F_{s2} \cdot \cos(90\ ° - \varphi_2)$

$-F_g + F_{s1y} + F_{s2y} = 0 \quad F_{s2} = \sqrt{F_{s2x}^2 + F_{s2y}^2}$

Geometrie

$l_{s1} = l_{s10} + \Delta l_1 \quad l_{s2} = \sqrt{h_{10}^2 + (l_3 - (l_1 + l_{s10}))^2} + \Delta l_2$

$\tan(\varphi_1) = \dfrac{l_{s1x}}{l_{s1y} + l_2} \quad l_{s1y} + l_2 = h_{11} + l_2 - h_{10} \quad \cos(\varphi_2) = \dfrac{l_3 - (l_{s1x} + l_1)}{l_{s2}}$

$\tan(\alpha_1) = \dfrac{l_{s1y}}{l_{s1x}} \quad \dfrac{\sin(\varphi_1)}{\sin(90\ ° - (\varphi_1 + \alpha_1))} = \dfrac{l_{s1}}{l_2} \quad \tan(\alpha_1) = \dfrac{F_{s1y}}{F_{s1x}} \quad l_3 = l_{s1x} + l_1 + l_{s2} \cdot \cos(\varphi_2) \quad \sin(\varphi_2) = \dfrac{h_{11}}{l_{s2}} \quad l_{s1} = \sqrt{l_{s1x}^2 + l_{s1y}^2}$

$\dfrac{h_{11}}{l_3 - (l_{s1x} + l_1)} = \dfrac{F_{s2y}}{F_{s2x}} \quad \tan(\varphi_2) = \dfrac{F_{s2y}}{F_{s2x}} \quad \dfrac{l_{s1y}}{l_{s1x}} = \dfrac{F_{s1y}}{F_{s1x}}$

Elastische Dehnungen (Hookesches Gesetz)

$\dfrac{\Delta l_1}{l_{s10}} = \dfrac{4\, F_{s1}}{n_1 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot E} \quad \dfrac{\Delta l_2}{\sqrt{h_{10}^2 + (l_3 - (l_1 + l_{s10}))^2}} = \dfrac{4\, F_{s2}}{n_2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot E}$

Gleichungslöser

$$\begin{bmatrix} F_{s1x} \\ F_{s1y} \\ F_{s2x} \\ F_{s2y} \\ F_{s1} \\ F_{s2} \\ \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ l_{s1} \\ l_{s2} \\ l_{s1x} \\ l_{s1y} \\ h_{11} \\ n_1 \\ n_2 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} := \text{find}\left(F_{s1x}, F_{s1y}, F_{s2x}, F_{s2y}, F_{s1}, F_{s2}, \Delta l_1, \Delta l_2, l_{s1}, l_{s2}, l_{s1x}, l_{s1y}, h_{11}, n_1, n_2, \varphi_1, \varphi_2, \alpha_1\right)$$

Ergebnismatrix mit Vergleichswerten (in Rot)

$$\begin{bmatrix} F_{s1x} \\ F_{s1y} \\ F_{s2x} \\ F_{s2y} \\ F_{s1} \\ F_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2755.4 \\ 766.2 \\ 2755.4 \\ 19233.8 \\ 2860.0 \\ 19430.2 \end{bmatrix} N \qquad \begin{bmatrix} 2755.44 \\ 766.16 \\ 2755.44 \\ 19233.84 \\ 2859.98 \\ 19430.21 \end{bmatrix} N$$

$$\begin{bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ l_{s1} \\ l_{s2} \\ l_{s1x} \\ l_{s1y} \\ h_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1500.3 \\ -1.3 \\ 2550.3 \\ 2559.1 \\ 2457.1 \\ 683.2 \\ 2533.2 \end{bmatrix} mm \qquad \begin{bmatrix} 1500.31 \\ -1.29 \\ 2550.31 \\ 2559.07 \\ 2457.09 \\ 683.20 \\ 2533.20 \end{bmatrix} mm$$

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ -234.5 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0.01 \\ -234.51 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39.7 \\ 81.8 \\ 15.5 \end{bmatrix} ° \qquad \begin{bmatrix} 39.67 \\ 81.85 \\ 15.54 \end{bmatrix} °$$